

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Механика и математическое моделирование

Механика деформируемого твердого тела

Воробьев Руслан Игоревич

**Временные характеристики динамической прочности некоторых
природных материалов**

Бакалаврская работа

Научный руководитель:

чл.-корр. РАН, проф., д. ф.-м. н. Петров Юрий Викторович

Научный руководитель:

д. ф.-м. н. Уткин Александр Анатольевич

Рецензент:

Проф., д. ф.-м. н. Атрошенко Светлана Алексеевна

Санкт-Петербург

2016

SAINT-PETERSBURG STATE UNIVERSITY

Mechanics and mathematical modeling

Deformable body mechanics

Ruslan Igorevich Vorobyev

Time characteristics of dynamic strength of some natural materials

Bachelor's Thesis

Scientific supervisor:

Cor. Mem. of RAS, Prof., Dr. Sci. (Phys.-Math.) Yuri V. Petrov

Scientific supervisor:

Dr. Sci. (Phys.-Math.) Alexander A. Utkin

Reviewer:

Prof., Dr. Sci. (Phys.-Math.) Svetlana A. Atroshenko

Saint-Petersburg

2016

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	1
Актуальность работы.....	1
Объект исследования и постановка задачи	1
Цель и методы исследования	3
Научная новизна.....	3
Критерий инкубационного времени	4
Характеристики трапецеидального импульса	5
Время и место разрушения.....	8
Случай 1 ($T \leq \tau$)	8
Случай 2 ($T' \leq \tau$).....	9
Случай 3 ($T' \geq \tau$).....	10
Временная зависимость прочности.....	11
Заключение.....	13
Список литературы	14

ВВЕДЕНИЕ

1. Актуальность работы

Первые попытки анализа откола были связаны с применением силового критерия, который, как показали опыты, не описывает многие существенные черты откольного разрушения, выражаемые временной зависимостью прочности и пространственным распределением разрушения [2]. Применение интегральной импульсной характеристики разрушения позволяет обосновать такое важное явление, как повышение динамической прочности материала. Однако объяснение и теоретическое описание временной зависимости прочности с позиций простых механических принципов до сих пор остаётся актуальной задачей.

2. Объект исследования и постановка задачи

Откольное разрушение при воздействии кратковременных импульсов высокой интенсивности – важный объект изучения закономерностей динамического разрушения материалов. Откол происходит в результате взаимодействия падающей и отраженной волн вблизи свободной от напряжений поверхности образца материала [2]. Суммарное напряжение в некоторых местах может стать растягивающим и вызвать отрыв слоя материала, поскольку прочность материала на растяжение существенно ниже, чем на сжатие.

Будем рассматривать откольное разрушение в следующей одномерной постановке:

- Ось OX направлена вдоль полубесконечного стержня, который располагается слева от нуля
- Ноль соответствует свободной поверхности
- Время отсчитывается от момента начала отражения волны

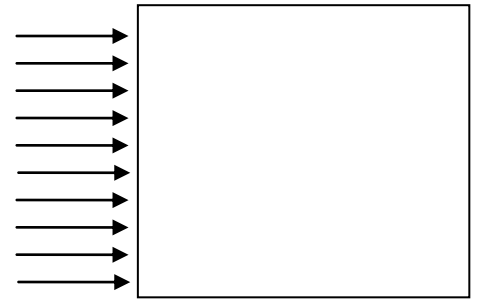
Рассмотрим отражение импульса сжимающего напряжения от свободной границы упругого полупространства.

Выражения для напряжений примут вид:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (1)$$

$$\sigma_x = \rho c^2 \varepsilon_x \quad \varepsilon_y = \varepsilon_z = 0,$$

$$P = P_0 f(t)$$



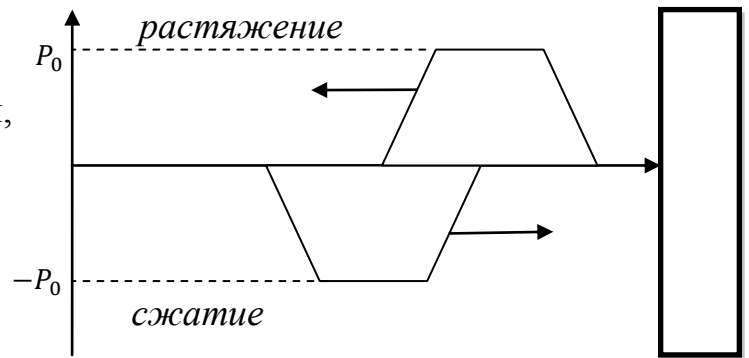
где u - смещение,

c – скорость распространения волн,

ρ – плотность вещества,

P_0 – амплитуда импульса,

$f(t)$ – временной профиль импульса



Волновое уравнение (1) допускает решение в виде интеграла Д'Аламбера для перемещений:

$$u = F(ct - x) + G(ct + x)$$

Произвольные функции F и G определяются из начально-краевых условий:

$$\frac{\partial u}{\partial x}_{x=0} = 0; \quad \frac{\partial u}{\partial x}_{t<0} = -\frac{P_0}{\rho c^2} f(ct - x),$$

где $f(ct - x)$ – профиль импульса сжимающего напряжения с амплитудой P_0 .

Таким образом, имеем решение в напряжениях:

$$\sigma_x = \sigma_+ + \sigma_- = P_0 f(ct + x) - P_0 f(ct - x).$$

3. Цель и методы исследования

Изменение суммарного продольного напряжения вдоль стержня с течением времени может приводить к условиям, реализующим отрыв части материала. Необходимо введение критериального соотношения, которое позволит адекватно оценить место и время выполнения условий разрушения материала. Важный принцип моделирования был предложен Ю.В.Петровым [5] при анализе задач откола. Такой подход, по существу, означает пространственно-временную дискретизацию разрушения. Целью данной работы является анализ и разработка модели для воздействия в виде трапецеидального импульса при помощи изучения и обобщения отечественной и зарубежной литературы, а также структурно-временного подхода, основанного на системе инвариантных параметров.

4. Научная новизна

Многочисленные исследования динамического разрушения в рамках структурно-временного подхода подтвердили его эффективность и предсказательную силу. В настоящее время он стал незаменимым инструментом расчета высокоскоростных динамических процессов, применяемым многими авторами в различных областях науки [7]. Тем не менее, несмотря на результаты некоторых экспериментов [10], не было предложено адекватной оценки места и времени выполнения условий разрушения материала для воздействий в виде трапецеидальных импульсов.

КРИТЕРИЙ ИНКУБАЦИОННОГО ВРЕМЕНИ

Ранее установлено, что при высокоскоростном деформировании силовой подход в механике разрушения является некорректным ввиду противоречия критерия критического напряжения $\max_t \sigma(t) \leq \sigma_c$ закону изменения количества движения при воздействии кратковременными импульсами большой амплитуды [2]. В динамике следует учитывать свойство инерции, поскольку элементы среды, примыкающие к месту разрыва, могут двигаться с очень большой скоростью. Именно поэтому важно обратить внимание на одно из оснований структурно-временного подхода, состоящее в том, что, для того чтобы произвести разрушение, локальная сила должна действовать в течение определенного времени [1]. Таким образом, считаем, что имеется некоторый характерный промежуток времени τ , отвечающий за инкубационный период развития микроразрушения на характерном пространственном промежутке d . В рамках подхода инкубационного времени будем далее считать, что разрушение происходит, если достигается равенство в правой части условия [7,12]:

$$\int_{t-\tau}^t ds \frac{1}{d} \int_0^d \sigma(s, x, z) dz < \tau \sigma_c$$

При изучении явления откола в эксперименте напряженное состояние в образце чаще всего принимается зависящим только от одной координаты. В этом случае критерий принимает следующую форму:

$$\int_{t-\tau}^t \sigma(s, x) ds < \sigma_c \tau, \quad (2)$$

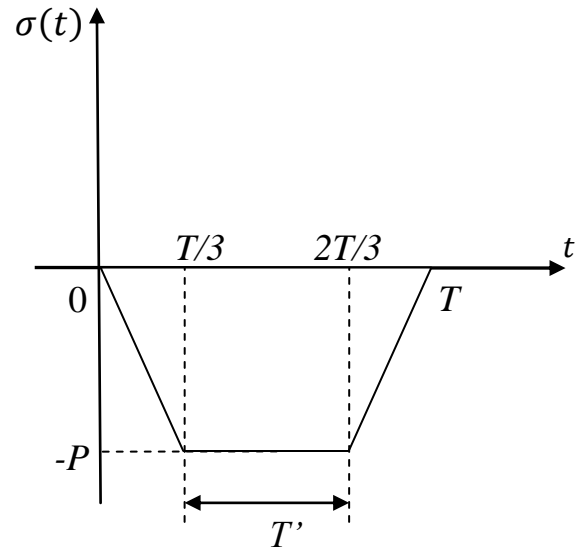
где $\sigma(s, x)$ – напряжение в точке с координатой x в момент времени s ;

τ – инкубационное (структурное) время; σ_c - прочность материала в статике.

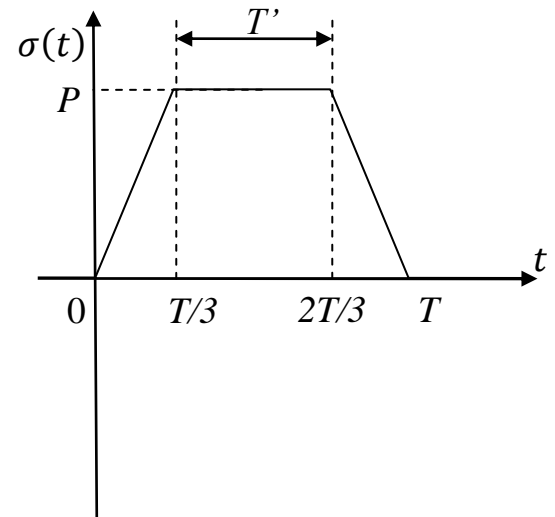
ХАРАКТЕРИСТИКИ ТРАПЕЦЕИДАЛЬНОГО ИМПУЛЬСА

Определим вид напряжения для падающей волны сжатия и отраженной волны растяжения, а также продолжительность воздействия в некотором сечении, в котором условие разрушения возникнет впервые. Обозначим T – второе основание трапеции (продолжительность действия импульса), T' – первое основание трапеции (продолжительность действия импульса с постоянной амплитудой).

$$\sigma(t) = -P * \begin{cases} \frac{3t}{T} \text{ } npu \text{ } 0 \leq t \leq \frac{T}{3} \\ 1 \text{ } npu \text{ } \frac{T}{3} \leq t \leq \frac{2T}{3} \\ 1 - \frac{3}{T}(t - \frac{2T}{3}) \text{ } npu \text{ } \frac{2T}{3} \leq t \leq T \\ 0 \text{ } npu \text{ } t < 0, t > T \end{cases}$$



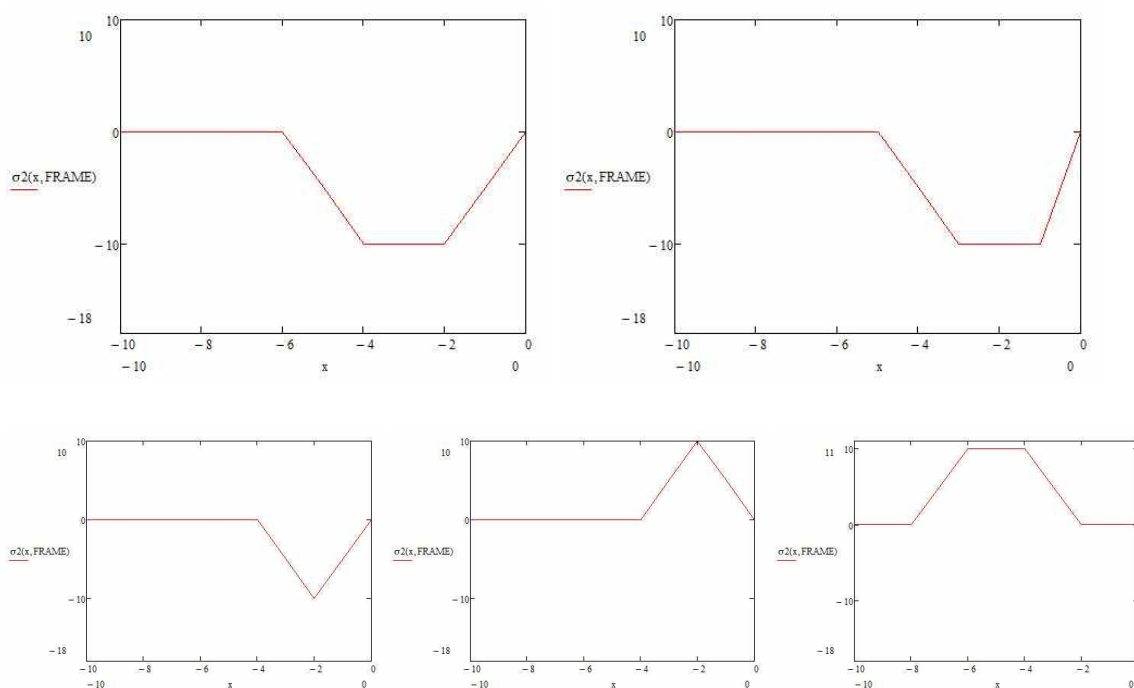
$$\sigma(t) = P * \begin{cases} \frac{3t}{T} \text{ } npu \text{ } 0 \leq t \leq \frac{T}{3} \\ 1 \text{ } npu \text{ } \frac{T}{3} \leq t \leq \frac{2T}{3} \\ 1 - \frac{3}{T}(t - \frac{2T}{3}) \text{ } npu \text{ } \frac{2T}{3} \leq t \leq T \\ 0 \text{ } npu \text{ } t < 0, t > T \end{cases}$$



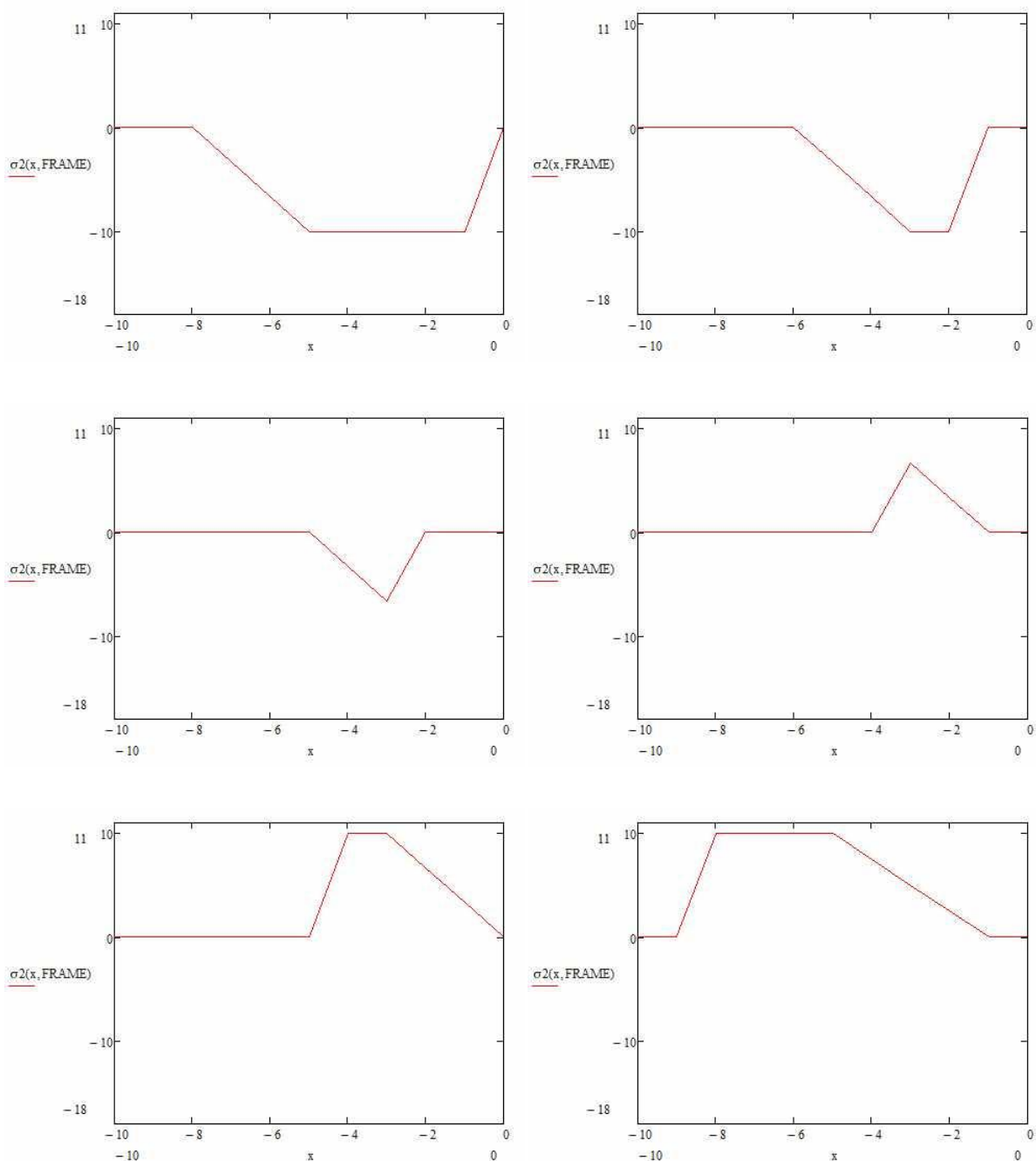
Назовем импульс данной формы и продолжительности, который приводит к разрушению, минимальным разрушающим, если убывание его значения за счет уменьшения амплитуды не вызывает разрушения.

Рассмотрим детально процесс отражения импульсов с различными геометрическими параметрами одинаковой амплитуды, дабы подробно представить, как именно будет выглядеть распределение напряжений при отражении одномерного импульса сжатия от свободной поверхности полупространства. Как было сказано ранее, время отсчитывается от момента начала отражения волны. Заметим, что различные виды треугольных импульсов, исследованные ранее [1], являются лишь частными случаями трапецеидального импульса. Анализируя последовательности рисунков ниже, можно утверждать, что механизмы отражения воздействий в виде равнобедренных и произвольных трапеций подобны:

- Равнобедренная трапеция



- Произвольная трапеция



Таким образом, аналитически подтверждается предложенная модель, а также появляется возможность для визуального анализа положения сечения откола.

ВРЕМЯ И МЕСТО РАЗРУШЕНИЯ

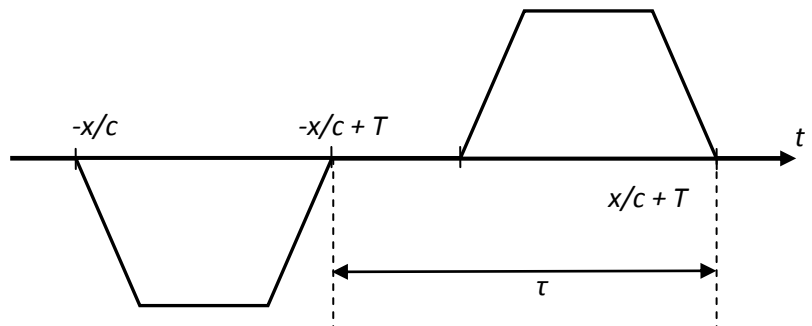
При использовании критерия инкубационного времени для воздействия в виде трапецеидального импульса необходимо рассмотреть 3 случая для различных продолжительностей нагрузки.

Для каждого из случаев определим:

- Минимальный момент времени, в который нарушится условие (2)
- Сечение, в котором нарушится условие критерия (2)
- Пороговую амплитуду для нарушения критерия (2)

Случай 1.

$$T \leq \tau$$

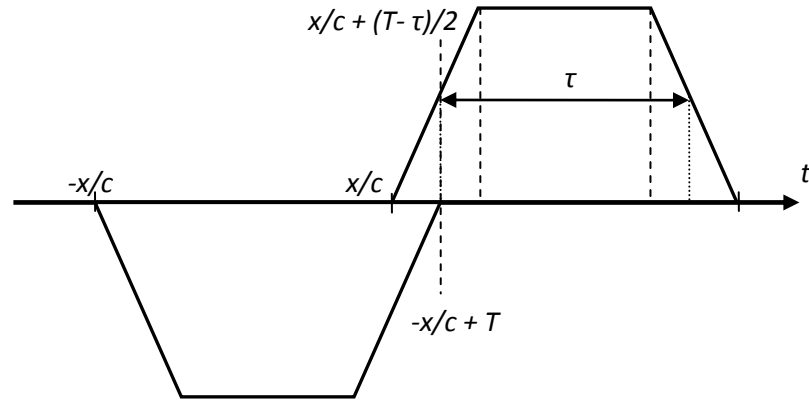


В [1] было установлено, что условие разрушения при воздействии минимальным импульсом возникает в месте, отстоящем от свободной границы на расстоянии $\frac{c\tau}{2}$, и не зависит от формы и продолжительности воздействия, если эта продолжительность не превосходит структурного времени. Таким образом, нетрудно убедиться, что момент времени $t_* = \frac{\tau}{2} + T$, в который нарушится условие критерия, наступит раньше всего в сечении с координатой $x_* = \frac{c\tau}{2}$. Амплитуда P_* определяется из условия минимальности импульса подстановкой соответствующего напряжения для отраженной волны в критерий:

$$P_* = \frac{3\sigma_c \tau}{2T}, \quad \text{при } T \leq \tau$$

Случай 2.

$$T' \leq \tau$$



Предположим теперь, что продолжительность воздействия T' (при постоянной амплитуде) меньше, чем структурное время. В этом случае, чтобы найти необходимые величины для анализа прочностных свойств, стоит обратить особое внимание на краевые условия. После проверки удовлетворения краевым условиям, аналогично первому случаю нетрудно убедиться, что момент времени $t_* = \frac{3(T+\tau)}{4}$, в который нарушится условие критерия, наступит раньше всего в сечении с координатой $x_* = \frac{c(T+\tau)}{4}$. Определим и для этого случая пороговую амплитуду P_* , достаточную для разрушения. Дабы упростить соответствующие выражения, обозначим результат за A :

$$\int_{\frac{T-\tau}{2}}^{\frac{T+\tau}{2}} \sigma(t) dt = T' - \frac{3(\tau - T')(\tau + T' - 2T)}{4T} = A$$

Тогда пороговая амплитуда примет вид

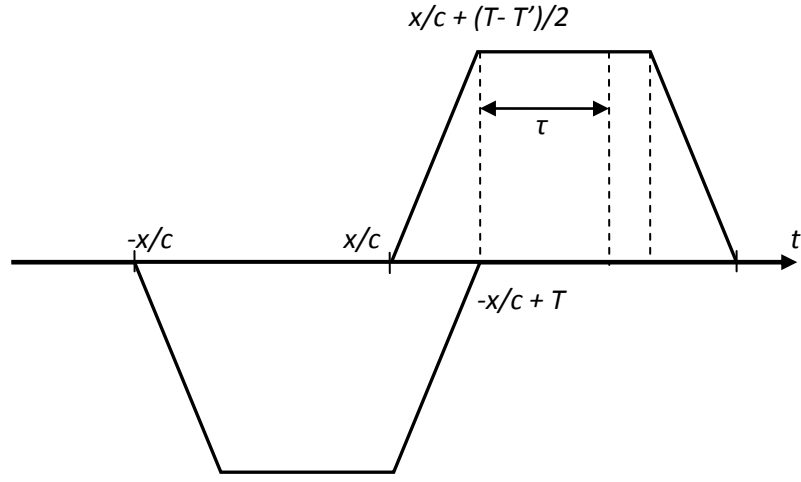
$$P_* = \frac{\sigma_c \tau}{A}, \quad \text{при } T' \leq \tau$$

Выражая явную зависимость P_* от T , получим, что

$$P_* = \sigma_c * \frac{12\tau T}{18\tau T - 9\tau^2 - T^2}, \quad \text{при } T' \leq \tau$$

Случай 3.

$$T' \geq \tau$$



Заметим, что в этом случае имеет место быть некоторая свобода относительно выбора отрезка τ . Учитывая, что мы определяем момент времени, в который нарушится условие критерия, который наступит раньше всего, логичнее всего взять за точку отсчета τ именно точку, совпадающую по расположению с предположительным сечением откола. Аналогично вышеописанным случаям было установлено, что в данном случае момент времени $t_* = \frac{3T - T' + 4\tau}{4}$, в который нарушится условие критерия, наступит раньше всего в сечении с координатой $x_* = \frac{c(T + T')}{4}$.

Для того чтобы найти пороговую амплитуду в этом случае, достаточно рассмотреть промежуток $\frac{T}{3} \leq t \leq \frac{2T}{3}$, ведь именно на нём будет достигаться максимальная площадь: так как $\int_{\frac{T}{3}}^{\frac{T}{3} + \tau} 1 dt = \tau$, можно утверждать, что

$$P_* = \sigma_c, \quad \text{при } T' \geq \tau$$

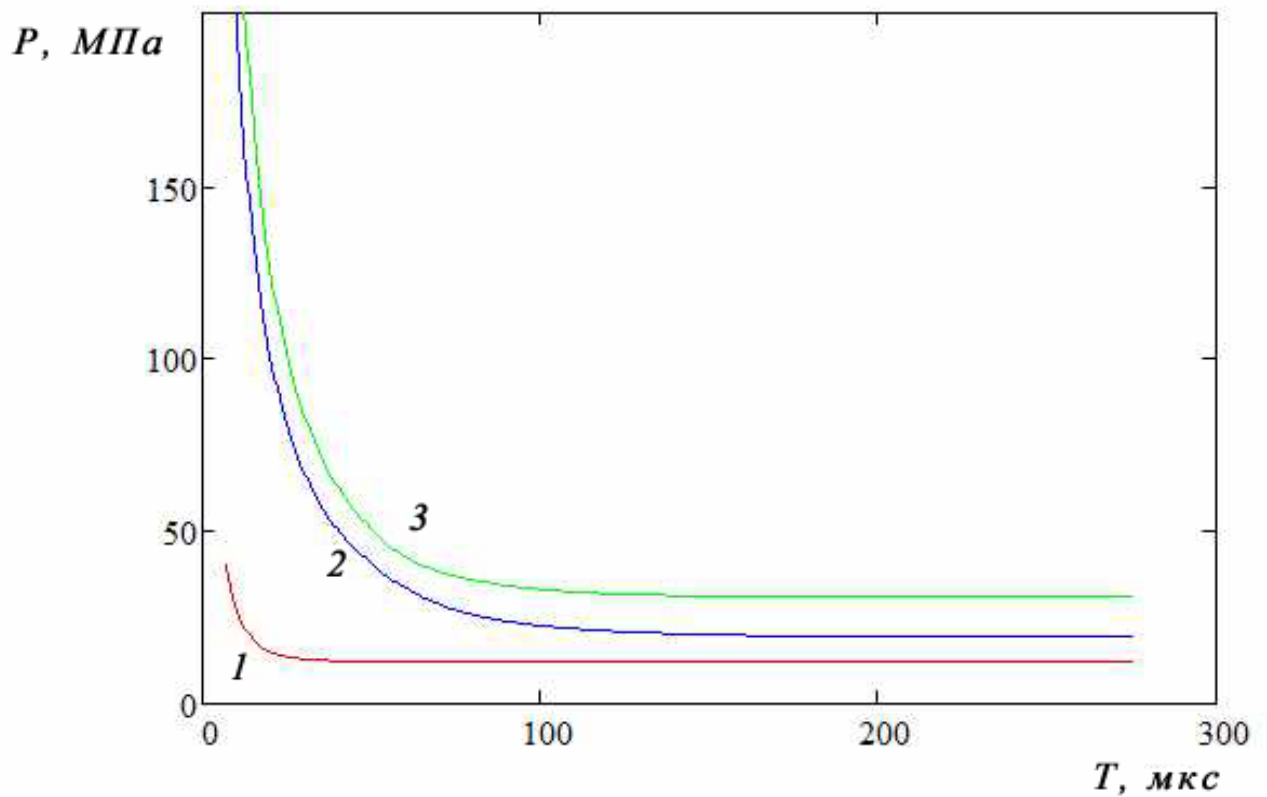
ВРЕМЕННАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ПРОЧНОСТИ

Итого получим для всех рассматриваемых продолжительностей нагрузки:

$$P_* = \begin{cases} \frac{3\tau\sigma_c}{2T}, T \leq \tau \\ \sigma_c * \frac{12\tau T}{18\tau T - 9\tau^2 - T^2}, T' \leq \tau \\ \sigma_c, T' \geq \tau \end{cases}$$

Полученная зависимость между пороговой амплитудой P_* и временем выражает временную зависимость прочности. Данные, представленные в таблице, были экспериментально определены Петровым Ю.В. и др. (2005). Инкубационное время было обнаружено при помощи анализа пороговых амплитуд высокоскоростных нагрузок (Петров Ю.В., 2004). На рисунке ниже приведена зависимость для песчаника, гранита и известняка [8, 11].

Номер	Название породы	σ_c МПа	τ мкс
1	Известняк	12.40	15
2	Гранит	19.50	69
3	Песчаник	31.18	54



Анализируя полученный график, можно выделить три характерных участка для каждого из случаев: $T \leq \tau, T' \leq \tau, T' \geq \tau$. Например, для известняка, структурное время которого в ходе экспериментов составило 15 мкс, можно наблюдать наиболее быстрое приближение кривой временной зависимости прочности к асимптоте статической ветви, в то время, как процесс, отображенный на кривой, соответствующей песчанику, занимает существенно больше времени.

Заключение

В работе были исследованы воздействия в виде трапецеидальных импульсов, а также был проведен анализ особенностей поведения волн при отражении при различных продолжительностях воздействия. На основании точного решения исследовано динамическое разрушение сред в условиях заданного напряженного состояния. Установлена связь между критическими характеристиками и временем действия нагрузки. Построена общая диаграмма временной зависимости прочности, являющаяся фундаментальной характеристикой откольного разрушения. Определены пороговые значения разрушающих импульсов на всём диапазоне времён разрушения. Применение критерия инкубационного времени демонстрирует, что момент разрушения может наступить как на стадии роста локального напряжения, так и после достижения напряжением максимума, на стадии его убывания и даже на участке с постоянным значением напряжения, спустя некоторое время после достижения этого значения. Заметим, что в работе рассмотрены воздействия в виде равнобедренной трапеции, однако не менее особый интерес представляют воздействия, близкие к описанию реальных физических явлений (взрыв и т.п.).

Список литературы

1. *Уткин А.А.* Структурно-временная теория откольного разрушения / А.А. Уткин, Ю.В. Петров, И.В. Смирнов. // СПб: Политехника, 2016.
2. *Никифоровский В.С.* Динамическое разрушение твердых тел / В.С. Никифоровский, Е.И. Шемякин. // Новосибирск: Наука, 1979.
3. *Поручиков В.Б.* Методы динамической теории упругости // Наука, 1986.
4. *Кошелев А.И.* Механика деформируемого твердого тела / А.И. Кошелев, М.А. Нарбут. // Санкт-Петербург: Изд-во СПбГУ, 2003.
5. *Петров Ю.В.* Об анализе откола с позиций структурной механики разрушения / Ю.В. Петров, Н.Ф. Морозов, А.А. Уткин // ДАН СССР. Т.313 № 2. 1990. С.276-279
6. *Petrov Y. V.* Effects of Strain-Rate Strength Dependence in Nanosecond Load Duration Range / Y.V. Petrov, I. V. Smirnov, A. A. Utkin. // Allerton Press: Mechanics of Solids, vol. 45, № 3, p. 476-484, 2010.
7. *Петров Ю.В.* О квантовой природе динамического разрушения // Доклады АН СССР Том 321, № 1, 1991.
8. *Petrov Y. V.* Structural-temporal approach to modeling of fracture dynamics in brittle media / Rock Dynamics and Applications - State of the Art / Eds Jian Zhao, Jianchun Li // 2013. CRC Press, Taylor & Francis Group, London. P.101
9. *Marc A. Meyers* Shock waves and high-strain-rate phenomena in metals / Marc A. Meyers, Lawrence E. Murr // Plenum Press, New York, 1981.
10. *Bo Li* Spall damage of a mild carbon steel: Effects of peak stress, strain rate and pulse duration // Materials Science & Engineering A 660 (2016) 139–147
11. *Kubota Shiro* Estimation of dynamic tensile strength of sandstone / Shiro Kubota, Yuji Ogata, Yuji Wada // International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences 45 (2008) 397–406
12. *Petrov Y.V.* Dependence of the dynamic strength on loading rate /

Y.V. Petrov, A.A. Utkin // Sov. Mater. Science. 1989. Vol. 25 N 2. P. 153-156

13. *Смирнов В.И.* О пороговых силовых импульсах при откольном разрушении материалов // Прикладная механика и техническая физика. 2006. Т. 47, № 5.
14. *Уткин А.А.* Быстрое разрушение хрупких сред // Автореферат, СПб, 2007.